

Ćwiczenie: B8

Tytuł ćwiczenia: Przewodnictwo elektryczne półprzewodników

I. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie studenta z mechanizmem przewodnictwa elektrycznego półprzewodników oraz metodami jego pomiaru. Student zapozna się z metodą Van der Pauw i zastosuje ją do zbadania przewodnictwa elektrycznego germanu w temperaturach w zakresie od -160 do $+100^{\circ}\text{C}$. Na podstawie otrzymanych wyników obliczy przerwę energetyczną w germanie

II. Zakres ćwiczenia (zadania do wykonania)

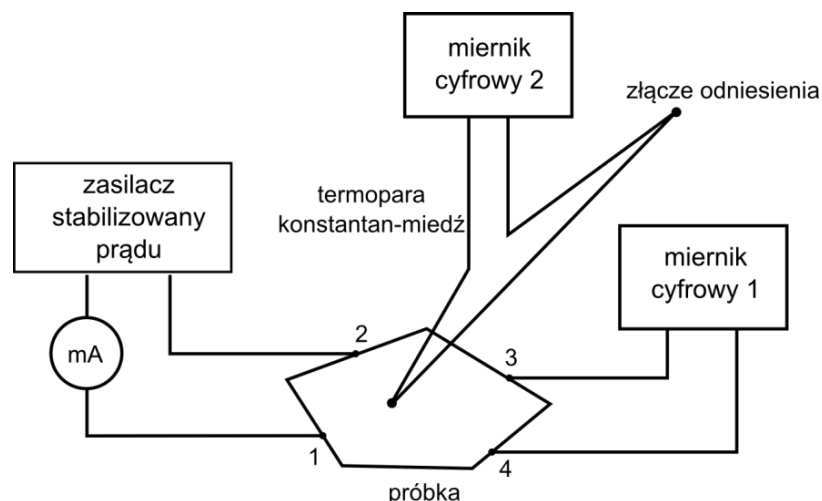
1. Sprawdzenie jakości kontaktów pomiarowych (prawo Ohma)
2. Pomiar przewodnictwa elektrycznego germanu w zależności od temperatury metodą Van der Pauw
3. Wyznaczanie przerwy energetycznej germanu

III. Zagadnienia do kolokwium

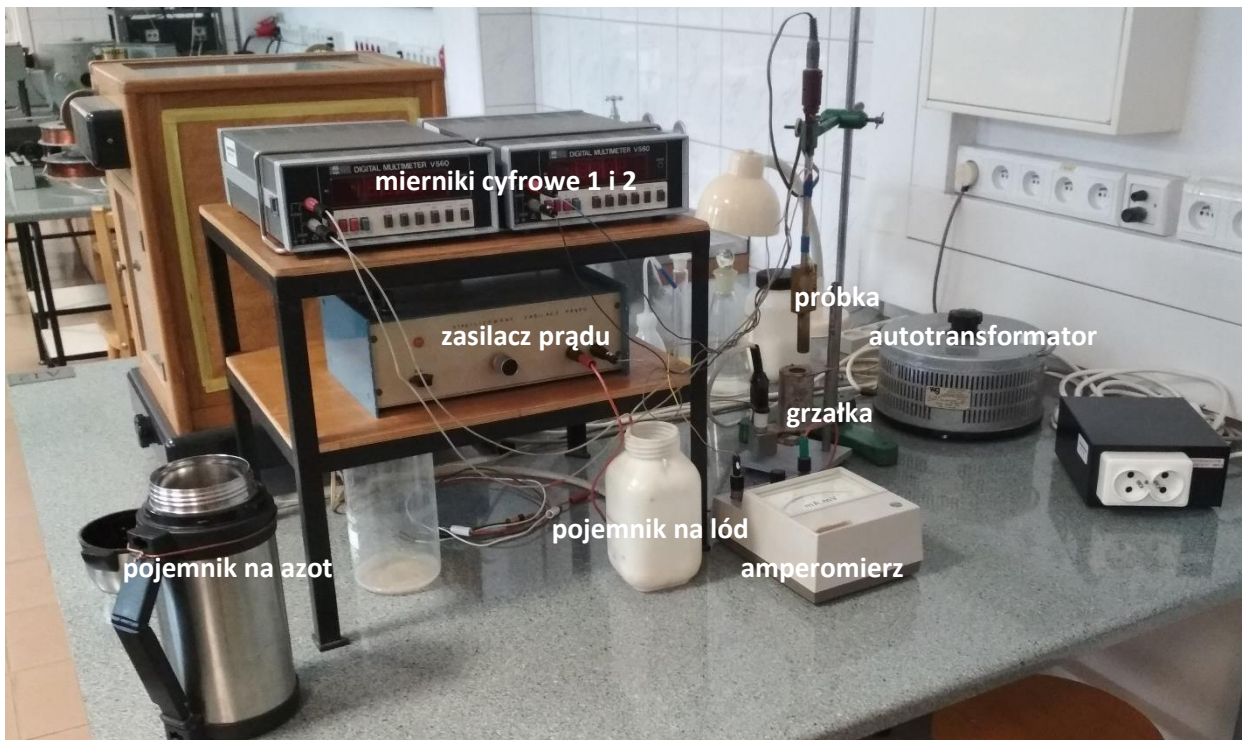
1. Model pasmowy ciała stałego, powstawanie pasm, przerwa energetyczna, poziom Fermiego
2. Mechanizm przewodnictwa elektrycznego metali i półprzewodników, model Drudego przewodnictwa, ruchliwość nośników, zależność temperaturowa przewodnictwa metali i półprzewodników.
3. Równanie transportu Boltzmann; czas relaksacji.
4. Metody pomiaru przewodnictwa elektrycznego ciał stałych.
5. Niskie temperatury, zasada działania termopary.

IV. Opis urządzeń i przyrządów używanych w eksperymencie

Głównym elementem układu jest uchwyt z umieszczoną w jego środku próbką germanu. Z uchwytu wyprowadzone są cztery przewody – kontakty pomiarowe podłączone do próbki oraz przewody termopary. Układ ponadto zawiera dwa mierniki cyfrowe, stabilizowany zasilacz prądu i miliamperomierz. Schemat blokowy pokazany jest na Rys. 1a, a zdjęcie układu na Rys. 1b.



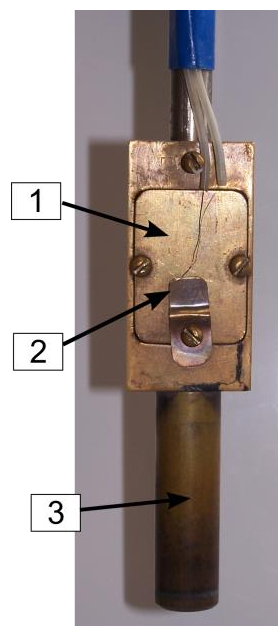
Rys. 1a. Schemat układu pomiarowego.



Rys. 1b. Zdjęcie układu pomiarowego do pomiaru przewodnictwa elektrycznego.

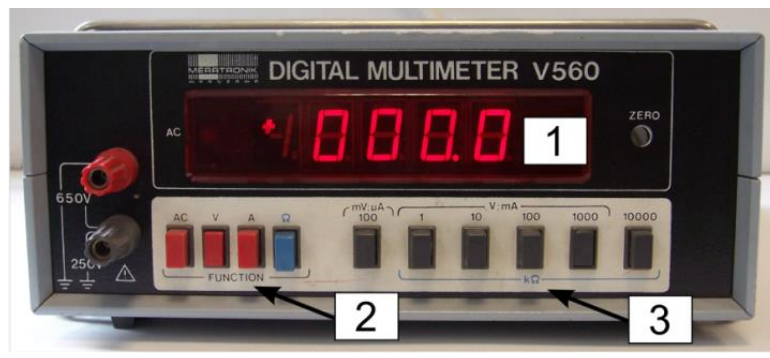
Wykaz elementów układu pomiarowego:

1. Uchwyt na próbkę, Rys. 2 – w uchwycie pod przykrywką 1 znajduje się próbka germanu, do której doprowadzone są przewody elektryczne oraz termopara. Dolną część uchwytu 3, która połączona jest z próbką, można chłodzić lub podgrzewać zmieniając tym samym temperaturę samej próbki.



Rys. 2. Uchwyt na próbkę: 1 – przykrywka osłaniająca próbkę, 2 – blaszka dociskająca termoparę, 3 – walek do rozgrzewania i chłodzenia uchwytu.

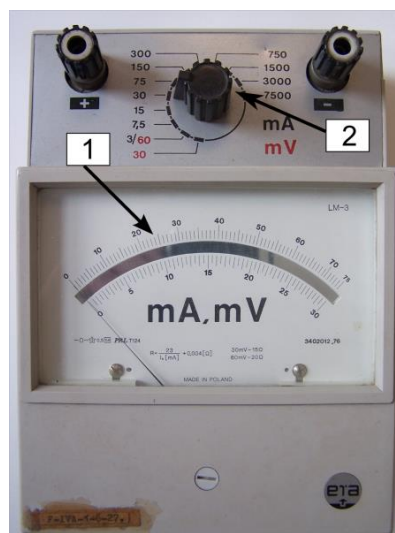
2. Miernik cyfrowy



Rys. 3. Miernik cyfrowy typu V560

1 – wyświetlacz cyfrowy, 2 – przyciski zmiany funkcji miernika, 3 – przyciski zmiany zakresu pomiarowego, włącznik sieciowy miernika znajduje się w tylnej ścianie miernika.

3. Miliamperomierz LM-3



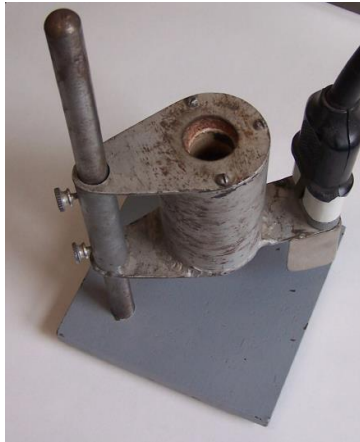
Rys. 4. Miliamperomierz LM 3: 1 – wskaźnik wychyłowy (skala zależy od zakresu pomiarowego), 2 – przełącznik zmiany zakresów pomiarowych.

4. Stabilizowany zasilacz prądu



Rys. 5. Stabilizowany zasilacz prądu: 1 – włącznik sieciowy, 2 – lampka sygnalizująca działanie urządzenia, 3 – pokrętko regulacji prądu.

5. Grzałka oporowa do zmiany temperatury uchwytu próbki (3 na Rys. 2).



Rys. 6. Grzałka oporowa.

V. Wykonanie ćwiczenia

(sposób postępowania, schematy blokowe, uwagi dotyczące obsługi aparatury i BHP)

1. Przygotowanie stanowiska pomiarowego

Wypełnić zbiornik termostatu mieszaniną wody z lodem.

O pojemnik z lodem należy poprosić asystenta technicznego. Lód z pojemnika należy wyjmować korzystając ze zlewu kamiennego, który znajduje się w cieni pracowni specjalistycznej. Pojemnik obrócony do góry dnem polewać zimną wodą, jednocześnie naciskając na sprężyste dno naczynia. Lód pokruszyć poprzez opuszczanie większych kawałków w zlew. Zbiornik termostatu wypełnić do połowy lodem i uzupełnić wodą. W mieszaninie wody z lodem umieścić złącze odniesienia termopary.

Uwaga: Zabrania się uderzania pojemnikiem z lodem w zlew.

2. Włączanie aparatury

Mierniki cyfrowe V 560 (Rys. 3): Włożyć przewody zasilające do gniazd sieciowych. Ustawić funkcję miernika na pomiar napięcia, zakres pomiarowy na 1000V. Włączyć mierniki cyfrowe (włączniki na tylnym panelu w położeniu ON). Podczas pomiarów ustawić odpowiednie zakresy mierników dla napięcia termopary (100mV) oraz napięcia między kontaktami (10V).

Stabilizowany zasilacz prądu (Rys. 5): Włożyć przewód zasilający do gniazda sieciowego. Włączyć zasilacz stabilizowany prądu stałego wciskając czarny przycisk WŁ.

3. Sprawdzenie kontaktów pomiarowych (zadanie 1)

- Podłączyć układ pomiarowy według schematu (Rys. 1)
- Zmieniając natężenie stabilizowanego zasilacza prądu w zakresie $0 \div 5\text{mA}$ ze skokiem $0,5\text{mA}$ odczytywać wartości napięcia pomiędzy kontaktami 3 i 4 U_{34} z miernika cyfrowego 1 (miernik powinien pracować na zakresie 10V).
- Pomiar powtórzyć przy zmienionej konfiguracji kontaktów pomiarowych (zasilacz stabilizowany prądu podłączony do kontaktów 2,3, miernik cyfrowy 1 do kontaktów 1,4). Dla obu przypadków sprawdzić czy funkcja $U(I)$ jest funkcją liniową (kontakt omowy).

4. Pomiar przewodnictwa elektrycznego germanu w zależności od temperatury metodą Van der Pauw (zadanie 2)

a) Ogrzewanie próbki

Włożyć uchwyt z próbką do środka grzejnika oporowego (Rys. 6). Włączyć transformator toroidalny do gniazda sieciowego. Włączyć wtyczkę autotransformatora do gniazda transformatora toroidalnego. Pokrętkę autotransformatora ustawić w położeniu 180 V. Ogrzewać próbkę, kontrolując wskazania miernika cyfrowego 2. Gdy napięcie na mierniku cyfrowym osiągnie wartość 3,5 mV, wyjąć końcówkę uchwyty z grzejnika. Pokrętkę autotransformatora ustawić w położeniu 0V i wyjąć wtyczkę zasilania z transformatora toroidalnego. W wyniku bezwładności cieplnej przez chwilę temperatura próbki będzie rosła dalej (napięcie mierzone woltomierzem 2 będzie wzrastać). W chwili, gdy miernik cyfrowy 2 pokaże napięcie 4,2 mV schłodzić koniec uchwyty próbki przez zanurzenie go w zlewce z zimną wodą, tak aby napięcie nie przekroczyło wartości 4,5 mV. Gdy napięcie zacznie spadać wyjąć koniec uchwyty próbki z wody i rozpocząć pomiar przewodnictwa.

Uwaga: Temperatura próbki nie może przekroczyć wartości 380K (napięcie na mierniku cyfrowym 2 nie może przekroczyć wartości 4,5 mV). Może to skutkować uszkodzeniem kontaktów pomiarowych. Przy zanurzaniu uchwyty w wodzie należy uważać, żeby woda nie dostała się do wnętrza uchwyty z próbką. Grozi to zalaniem kontaktów pomiarowych i zwarcie.

b) Pomiar przewodnictwa podczas stygnięcia próbki.

Ustalić natężenie prądu zasilania zasilacza $I=5\text{mA}$. Rejestrować wskazania miernika cyfrowego 1, wraz ze zmianami napięcia mierzonymi za pomocą miernika cyfrowego 2, począwszy od wartości 4,2 mV, z krokiem 0,1 mV aż do ok. 1mV (30°C). Czynności opisane w podpunktach 4a i 4b przeprowadzić dla dwóch konfiguracji podłączeń kontaktów pomiarowych (patrz podpunkt 3b i 3c)

c) Chłodzenie próbki

O ciekły azot należy poprosić asystenta technicznego. Do przechowywania azotu w pracowni służy metaliczny termos. Uchwyt z próbką należy chłodzić zanurzając go w termosie z ciekłym azotem, co kilka centymetrów w odstępach czasu co 5 minut. Gdy napięcie mierzone za pomocą miernika cyfrowego 2 osiągnie wartość -4,2 mV (ok. 113 K), uchwyt z próbką wyjąć z ciekłego azotu i rozpocząć pomiar przewodnictwa.

d) Pomiar przewodnictwa podczas ogrzewania się próbki z otoczenia

Ustalić natężenie prądu zasilania zasilacza $I=5\text{mA}$. Rejestrować wskazania miernika cyfrowego 1, wraz ze zmianami napięcia mierzonymi za pomocą miernika cyfrowego 2, począwszy od wartości -4,5 mV, z krokiem 0,1 mV do wartości +1mV (w końcowej fazie ogrzewania można użyć grzałki elektrycznej zasilając ją z autotransformatora ustawionym na napięcie ok. 50V). Czynności opisane w podpunktach 4c i 4d przeprowadzić dla dwóch konfiguracji podłączeń kontaktów pomiarowych (patrz podpunkt 3b i 3c).

Uwaga: Podczas pracy z ciekłym azotem należy zachować szczególną ostrożność. Ciekły azot należy nalewać do termosu w obecności asystenta technicznego. Podczas nalewania konieczne jest użycie rękawic i okularów ochronnych. Podczas pomiaru termos powinien stać w bezpiecznej odległości od wykonującego ćwiczenie.

5. Wyłączanie aparatury

- Woltomierze cyfrowe V 560 ustawić na zakres pomiarowy na 1000V, zwiększając stopniowo zakresy. Wyłączyć woltomierze cyfrowe (włączniki na tylnym panelu w położeniu OFF).
- Stabilizowany zasilacz prądu - zmniejszyć natężenie prądu stałego do 0 mA. Wyłączyć zasilacz stabilizowany prądu stałego wciskając czarny przycisk Wł.
- Autotransformator skrócić do 0V, wyłączyć z sieci autotransformator toroidalny.

VI. Opracowanie wyników i raport końcowy

- Na podstawie danych uzyskanych z badania kontaktów pomiarowych należy sprawdzić czy funkcja $U(I)$ jest funkcją liniową, sporządzić charakterystyki prądowo-napięciowe (wykresy dla obu przypadków połączeń) i wyliczyć wielkości oporów R_{14} i R_{34} .
Dane pomiarowe oraz wyniki umieścić w tabeli (Tabela 1).

Tabela 1. Sprawdzenie kontaktów pomiarowych

I_{14} [A]	U_{14} [V]	R_{14} [Ω]	I_{34} [A]	U_{34} [V]	R_{34} [Ω]

Zapisać wnioski dotyczące kontaktów pomiarowych.

- Korzystając z tabeli XIX [8] (*zależność siły termoelektrycznej termoogniwa miedź-konstantan od różnicy temperatur liczonej względem 0°C*) **sporządzić wykres krzywej cechowania termopary** miedź-konstantan wybierając co najmniej 10 punktów z całego zakresu napięć pomiędzy -5mV a +20mV z tabeli XIX. W punkty te należy wpisać krzywą najlepszego dopasowania (wielomian I lub II stopnia) i podać jej pełny wzór. Tak otrzymany wzór posłuży do wyliczania temperatury ogrzewanej lub chodzonej próbki na podstawie zmierzonego napięcia termopary.
- Na podstawie danych pomiaru przewodnictwa od temperatury wyliczyć wielkości oporów R_{14} i R_{34} . Obliczyć wartości oporu właściwego próbki korzystając ze wzoru (wartości funkcji poprawkowej f umieszczone są w Tabeli 2):

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \frac{(R_{AB,CD} + R_{BC,DA})}{2} f \left(\frac{R_{AB,CD}}{R_{BC,DA}} \right) \quad 1$$

Grubość próbki germanu w eksperymencie wynosi 0,95mm. We wzorze 1 wielkość d należy podać w metrach.

Tabela 2. Wartości funkcji poprawkowej van der Pauw

R_1/R_2	$F(R_1/R_2)$	R_1/R_2	$f(R_1/R_2)$	R_1/R_2	$f(R_1/R_2)$	R_1/R_2	$f(R_1/R_2)$	R_1/R_2	$f(R_1/R_2)$
1,00	1,000000	4,90	0,830933	8,80	0,743385	12,70	0,698099	16,60	0,670710
1,10	0,999214	5,00	0,827723	8,90	0,741861	12,80	0,697229	16,70	0,670150
1,20	0,997129	5,10	0,824582	9,00	0,740362	12,90	0,696369	16,80	0,669595
1,30	0,994077	5,20	0,821508	9,10	0,738886	13,00	0,695520	16,90	0,669047
1,40	0,990302	5,30	0,818500	9,20	0,737435	13,10	0,694682	17,00	0,668503
1,50	0,985989	5,40	0,815556	9,30	0,736006	13,20	0,693854	17,10	0,667966
1,60	0,981281	5,50	0,812674	9,40	0,734600	13,30	0,693036	17,20	0,667433
1,70	0,976288	5,60	0,809852	9,50	0,733215	13,40	0,692227	17,30	0,666906
1,80	0,971093	5,70	0,807088	9,60	0,731853	13,50	0,691429	17,40	0,666384
1,90	0,965763	5,80	0,804382	9,70	0,730511	13,60	0,690640	17,50	0,665867
2,00	0,960352	5,90	0,801731	9,80	0,729189	13,70	0,689861	17,60	0,665355
2,10	0,954898	6,00	0,799134	9,90	0,727888	13,80	0,689091	17,70	0,664848
2,20	0,949437	6,10	0,796590	10,00	0,726607	13,90	0,688330	17,80	0,664346
2,30	0,943991	6,20	6,20	10,10	0,725344	14,00	0,687578	17,90	0,663849
2,40	0,938583	6,30	0,791653	10,20	0,724101	14,10	0,686834	18,00	0,663356
2,50	0,933228	6,40	0,789258	10,30	0,722876	14,20	0,686099	18,10	0,662868
2,60	0,927937	6,50	0,786909	10,40	0,721669	14,30	0,685373	18,20	0,662385
2,70	0,922721	6,60	0,784606	10,50	0,720479	14,40	0,684655	18,30	0,661906
2,80	0,917587	6,70	0,782348	10,60	0,719307	14,50	0,683945	18,40	0,661432
2,90	0,912540	6,80	0,780133	10,70	0,718151	14,60	0,683243	18,50	0,660962
3,00	0,907584	6,90	0,777960	10,80	0,717012	14,70	0,682550	18,60	0,660497
3,10	0,902722	7,00	0,775829	10,90	0,715889	14,80	0,681863	18,70	0,660036
3,20	0,897955	7,10	0,773737	11,00	0,714782	14,90	0,681185	18,80	0,659579
3,30	0,893285	7,20	0,771684	11,10	0,713691	15,00	0,680514	18,90	0,659126
3,40	0,888712	7,30	0,769669	11,20	0,712615	15,10	0,679851	19,00	0,658677
3,50	0,884235	7,40	0,767691	11,30	0,711553	15,20	0,679194	19,10	0,658233
3,60	0,879853	7,50	0,765748	11,40	0,710506	15,30	0,678545	19,20	0,657792
3,70	0,875567	7,60	0,763841	11,50	0,709474	15,40	0,677903	19,30	0,657356
3,80	0,871374	7,70	0,761968	11,60	0,708455	15,50	0,677268	19,40	0,656923
3,90	0,867274	7,80	0,760128	11,70	0,707450	15,60	0,676640	19,50	0,656494
4,00	0,863263	7,90	0,758321	11,80	0,706459	15,70	0,676018	19,60	0,656069
4,10	0,859342	8,00	0,756545	11,90	0,705480	15,80	0,675403	19,70	0,655648
4,20	0,855507	8,10	0,754800	12,00	0,704515	15,90	0,674795	19,80	0,655230
4,30	0,851758	8,20	0,753085	12,10	0,703562	16,00	0,674193	19,90	0,654816
4,40	0,848091	8,30	0,751399	12,20	0,702622	16,10	0,673597	20,00	0,654406
4,50	0,844506	8,40	0,749742	12,30	0,701694	16,20	0,673008	20,10	0,653999
4,60	0,840999	8,50	0,748113	12,40	0,700778	16,30	0,672424	20,20	0,653596
4,70	0,837569	8,60	0,746511	12,50	0,699874	16,40	0,671847	20,30	0,653196
4,80	0,834215	8,70	0,744935	12,60	0,698981	16,50	0,671275	20,40	0,652800

4. Obliczyć wartości przewodnictwa właściwego. Dane pomiarowe i wyniki umieścić w tabeli (Tabela 3)

Tabela 3. Wyniki pomiaru przewodnictwa właściwego germanu w zależności od temperatury

U [mV]	T [K]	U ₁₄ [V]	U ₃₄ [V]	R ₁₄ [Ω]	R ₃₄ [Ω]	f(R ₁₄)	ρ[Ωm]	σ[1/Ωm]
4,2								
4.1								
4.0								

Zapisać wnioski wynikające z pomiarów.

5. Sporządzić wykres zależności $\ln(\sigma)$ od $1/T$. Korzystając z metody najmniejszych kwadratów wpisać prostą w obszar wykresu odpowiadający wysokim temperaturom. Podać wartości współczynników wpisanej prostej oraz ich niepewności.
Wykorzystując obliczony współczynnik kierunkowy prostej wyznaczyć wartość przerwy energetycznej germanu (**zadanie 3**).
6. Przeprowadzić analizę niepewności pomiarowej wszystkich mierzonych wielkości fizycznych oraz przerwy energetycznej germanu (metoda najmniejszych kwadratów). Uzyskany wyniki należy porównać z danymi literaturowymi i omówić przyczyny ewentualnej niezgodności.

Literatura

1. N. W. Ashcroft, N. D. Mermin, Fizyka ciała stałego, PWN, Warszawa, 1986
2. C. Kittel, Wstęp do fizyki ciała stałego, PWN, Warszawa, 2012
3. H. Ibach, H. Lüth, Fizyka ciała stałego, PWN, Warszawa, 1996
4. B. N. Buszmanow, J.A. Chromow, Fizyka ciała stałego, WNT, Warszawa, 1973
5. P.S. Kiriejew, Fizyka półprzewodników, Warszawa, 1971
6. M. Subotowicz (red.), Metody doświadczalne w fizyce ciała stałego, UMCS, Lublin, 1976
7. K. Fulińska (red), Opisy i instrukcje do ćwiczeń laboratoryjnych z fizyki cz. II, Warszawa, 1972
8. H. Szydłowski, Pracownia fizyczna wspomagana komputerem, PWN, Warszawa, 2003

Appendix: Materiały pomocnicze

1. Temperaturowa zależność przewodnictwa elektrycznego półprzewodników

Przewodnictwo właściwe półprzewodników zależy od koncentracji znajdujących się w nim swobodnych ładunków i ich ruchliwości. Obie te wielkości są funkcjami temperatury. Można więc zapisać:

$$\sigma(T) = \sigma(n(T), \mu(T)) \quad 1$$

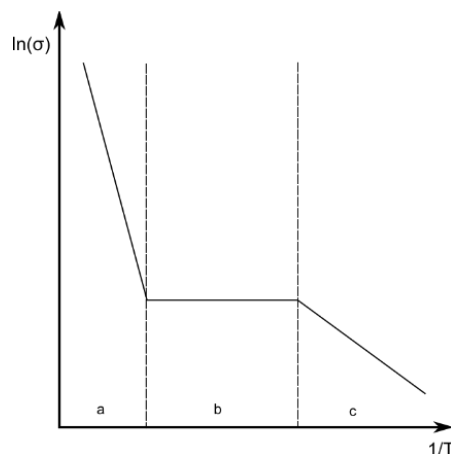
Ruchliwość swobodnych ładunków jest zależna od rozprożeń na niejednorodnościach sieci krystalicznej. W kryształach mogą wystąpić dwa typy niejednorodności: defekty sieci krystalicznej, oraz fluktuacje niejednorodności powstające w wyniku drgań sieci. W niskich temperaturach większą rolę w procesie rozpraszania odgrywają defekty sieci krystalicznej. Ich wpływ na ruchliwość swobodnych nośników w przybliżeniu proporcjonalny jest do $T^{3/2}$. Wraz ze wzrostem temperatury rośnie udział rozprożeń na drganiach sieci. W wyższych temperaturach przyczynę do ruchliwości od drgań sieci proporcjonalny jest do $T^{-3/2}$.

Na koncentrację nośników prądu w półprzewodniku składa się koncentracja nośników domieszkowych i samoistnych. Wzór na przewodnictwo właściwe pochodzące od koncentracji nośników samoistnych i domieszkowych ma postać:

$$\sigma = \sigma_{sam} + \sigma_{dom} = C_1 e^{-\frac{\Delta E_{sam}}{2k_B T}} + C_2 e^{-\frac{\Delta E_{dom}}{k_B T}} \quad 2$$

gdzie: C_1 i C_2 to współczynniki zależące od natury półprzewodnika, bardzo słabo zależące od temperatury, ΔE_{sam} szerokość przerwy energetycznej, ΔE_{dom} energia jonizacji domieszki, k_B stała Boltzmanna, T temperatura.

Z dokładnej analizy wynika, że przewodnictwo właściwe zależy od ruchliwości tylko w niewielkim przedziale temperatury. W wysokich temperaturach jest ono głównie funkcją koncentracji nośników samoistnych (pierwszy człon we wzorze 2), a w temperaturach niskich od koncentracji nośników domieszkowych (drugi człon we wzorze 2). Zależność przewodnictwa właściwego od temperatury wygodnie jest więc przedstawić na wykresie, na którym na osi odciętych będzie $1/T$, a na osi rzędnych $\ln(\sigma)$



Rys.1. Zależność przewodnictwa właściwego od temperatury dla półprzewodnika domieszkowanego

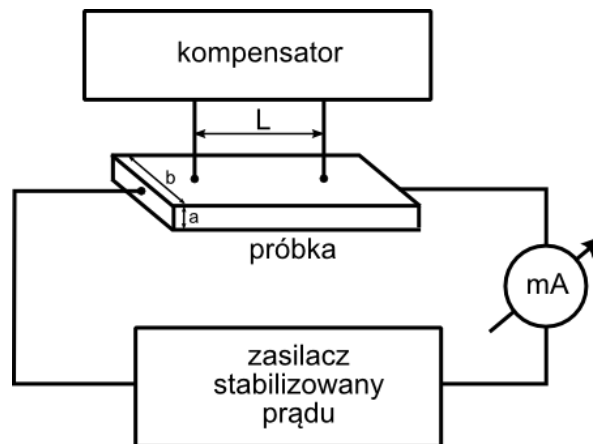
Na wykresie można wyróżnić trzy charakterystyczne obszary:

- a) Obszar samoistny b) Obszar nasycenia c) Obszar zmniejszania się termicznej jonizacji

Współczynnik kierunkowy prostej z obszaru „a” ma wartość $\Delta E_{sam}/2k_B$, a w obszarze „c” $\Delta E_{dom}/k_B$. Na podstawie temperaturowych pomiarów przewodnictwa możemy określić szerokość przerwy energetycznej półprzewodnika oraz energię jonizacji domieszki.

2. Metody pomiaru przewodnictwa elektrycznego ciał stałych

2.1. Kompensacyjna metoda dwusondowa



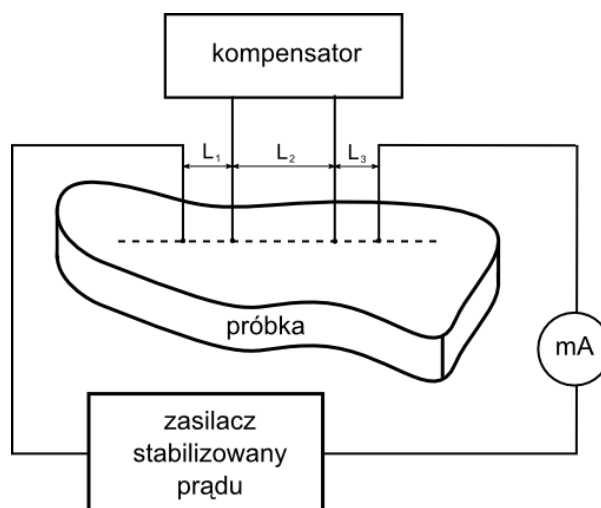
Rys. 2. Schemat układu pomiarowego metody dwusondowej

Kompensacyjna metoda dwusondowa stosowana jest do dokładnie wyciętych próbek o znanych kształtach. Polega na pomiarze spadku potencjału między punktami, przez które przepływa prąd elektryczny. Przewodnictwo właściwe próbki wylicza się ze wzoru:

$$\sigma = \frac{IL}{abU}$$

gdzie: I oznacza natężenie prądu płynącego przez próbkę, L odległość między punktami, a grubość próbki, b jej szerokość, U spadek potencjału między punktami.

2.2. Kompensacyjna metoda czterosondowa



Rys.3. Schemat układu pomiarowego metody czterosondowej

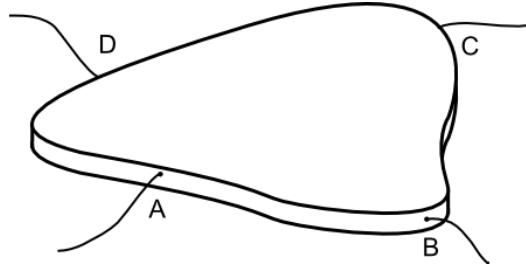
Kompensacyjna metoda czterosondowa może być zastosowana do próbek o dowolnych kształtach i wymiarach. Polega na pomiarze spadku potencjału pomiędzy dwiema wewnętrznymi sondami, podczas gdy sondy zewnętrzne służą do doprowadzenia prądu. Jeżeli wymiary pomiędzy sondami L_1 , L_2 i L_3 są

dostatecznie małe w porównaniu z wymiarami próbki, do obliczenia przewodnictwa, można zastosować wzór:

$$\sigma = \frac{I}{U} \frac{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_3} - \frac{1}{L_1 + L_2} - \frac{1}{L_1 + L_3}}{2\pi}$$

gdzie: I prąd płynący między sondami zewnętrznymi sondami, U spadek potencjału między wewnętrznymi sondami.

2.3. Metoda Van der Pauw



Rys.4. Schemat podłączenia kontaktów pomiarowych w metodzie van der Pauw

Metoda van der Pauw może być zastosowana do próbek o stałej grubości i dowolnych kształtach. Polega na pomiarze spadku potencjału pomiędzy dwiema elektrodami np. D i C przy przepuszczaniu prądu przez A i B. Następnie mierzony jest spadek potencjału między elektrodami D i A przy przepuszczeniu prądu przez elektrody B i C. Z prawa Ohma można wyznaczyć wielkości $R_{AB,CD}$ i $R_{BC,DA}$ zdefiniowane jako:

$$R_{AB,CD} = \frac{U_{CD}}{I_{AB}} \quad 1$$

$$R_{BC,DA} = \frac{U_{DA}}{I_{BC}} \quad 2$$

Prawdziwa jest relacja:

$$\exp\left(-\frac{\pi R_{AB,CD} d}{\rho}\right) + \exp\left(-\frac{\pi R_{BC,DA} d}{\rho}\right) = 1 \quad 2$$

gdzie: ρ to opór właściwy próbki, a d jej grubość. Z powyższej relacji wynika, że:

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \frac{(R_{AB,CD} + R_{BC,DA})}{2} f\left(\frac{R_{AB,CD}}{R_{BC,DA}}\right) \quad 3$$

Funkcja $f\left(\frac{R_{AB,CD}}{R_{BC,DA}}\right)$ spełnia równanie:

$$\frac{R_{AB,CD} - R_{BC,DA}}{R_{AB,CD} + R_{BC,DA}} = f \cosh^{-1} \frac{\exp(\ln 2/f)}{2} \quad 4$$

Jeżeli $R_{AB,CD}$ i $R_{BC,DA}$ mają zbliżone wartości przybliżoną postać funkcji f można wyrazić za pomocą wzoru:

$$f \approx 1 - \left[\frac{R_{AB,CD} - R_{BC,DA}}{R_{AB,CD} + R_{BC,DA}} \right]^2 \frac{\ln 2}{2} - \left[\frac{R_{AB,CD} - R_{BC,DA}}{R_{AB,CD} + R_{BC,DA}} \right]^4 \left[\frac{(\ln 2)^2}{4} - \frac{(\ln 2)^3}{12} \right] \quad 5$$

Obliczone w ten sposób wartości funkcji poprawkowej f umieszczone są w Tabeli 2.